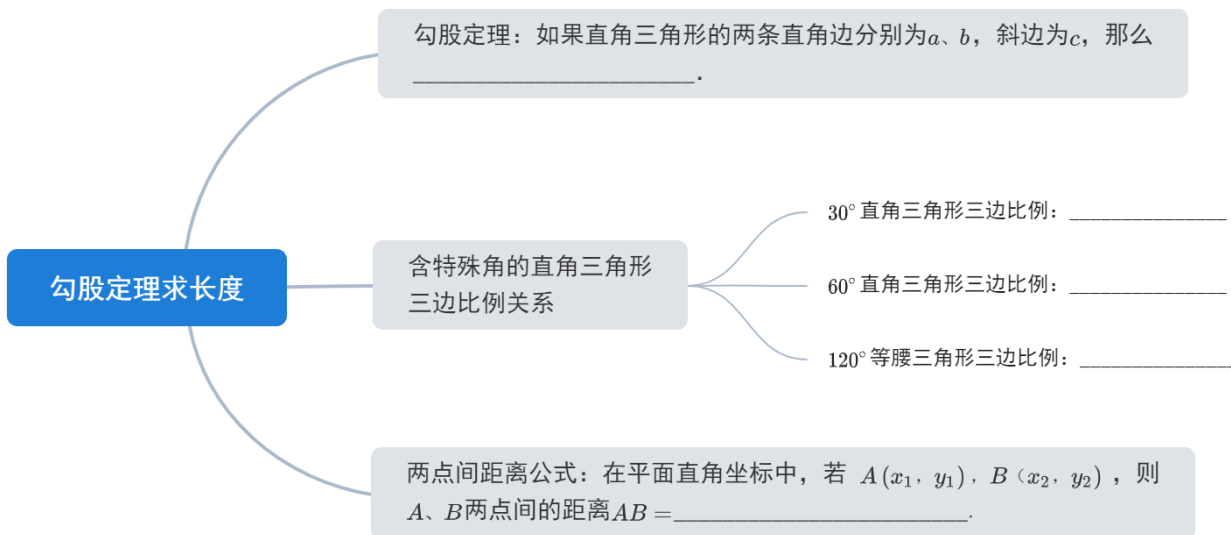


## 第2讲 勾股定理综合应用

### 一、勾股定理求长度

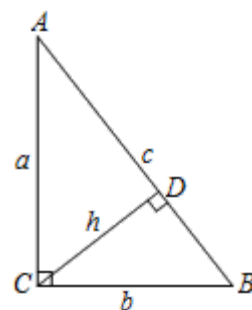
#### 1. 直接利用勾股定理求长度



#### 2. 求三角形一边上的高

①求直角三角形斜边上的高：

如图所示，可得 $S_{\triangle ACB} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，  
 $\therefore h = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



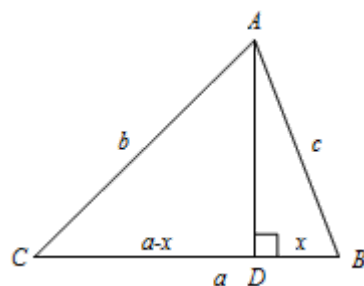
②求任意三角形一条边上的高：

已知三角形的三边长分别为 $a$ ， $b$ ， $c$ ，求 $BC$ 边上的高。

$\because \triangle ACD$ 和 $\triangle ABD$ 都是\_\_\_\_\_三角形，

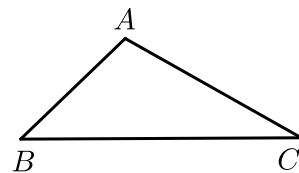
$\therefore AD^2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

解方程即可得到 $x$ 的值。



### 例题

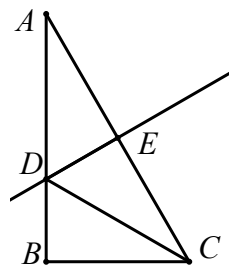
1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 45^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$ ， $BC = \sqrt{3} + 1$ ，则边 $AC$ 的长为（ ）。



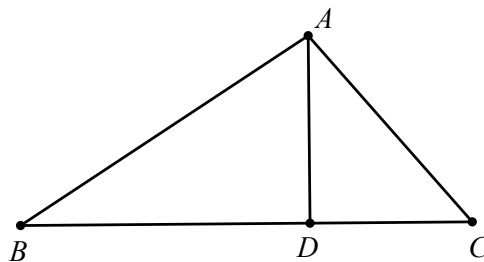
- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 2                      D.  $\sqrt{6}$

### 练习

2. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $DE$ 垂直平分斜边 $AC$ ，交于 $D$ ， $E$ 为垂足，连接 $CD$ ，若 $BD = 1$ ，则 $AC$ 的长为 \_\_\_\_\_。



3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AD = 1$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长。

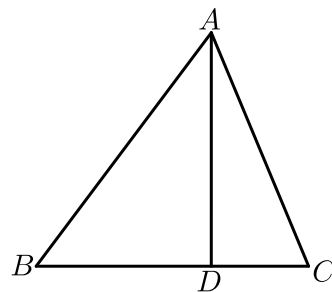


### 例题

4. 若直角三角形的两条直角边长分别为 $3\text{cm}$ ， $4\text{cm}$ ，则斜边上的高为（ ）。

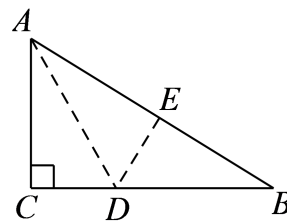
- A.  $\frac{5}{2}\text{cm}$                       B.  $\frac{5}{12}\text{cm}$                       C.  $5\text{cm}$                       D.  $\frac{12}{5}\text{cm}$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 15$ ， $BC = 14$ ， $CA = 13$ ，求 $BC$ 边上的高 $AD$ 。



### 练习

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，若 $a^2 + b^2 = 25$ ， $a^2 - b^2 = 7$ ，已知 $c = 5$ ，则最大边上的高为 \_\_\_\_\_。
7. 有一块直角三角形纸片，且直角边 $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，现将直角边 $AC$ 沿直线 $AD$ 折叠，使它恰好落在斜边 $AB$ 上，且与 $AE$ 重合，求： $AB$ 和 $CD$ 的长。

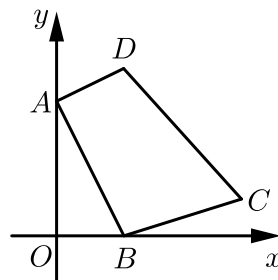


### 例题

8. 在直角坐标系中，已知两点的坐标是 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ， $M$ ， $N$ 两点之间的距离可以用公式 $MN = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 计算。
- 解答下列问题：
- (1) 若已知点 $A(1, 2)$ ， $B(4, -2)$ ，求 $A$ ， $B$ 两点间的距离。
- (2) 在(1)的条件下，点 $O$ 是坐标原点，判断 $\triangle AOB$ 是什么三角形，并说明理由。

### 练习

9. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中， $A(0, 4)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(5, 1)$ ， $D(2, 5)$ 。



- (1)  $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2)  $\angle BAD$  是直角吗？请说出理由。

(3) 求点 $B$ 到直线 $CD$ 的距离.

## 二、勾股定理中的分类讨论思想

### 勾股中的分类讨论思想

有的题目出现高的时候, 高可能出现在三角形\_\_\_\_部, 也可能出现在三角形的\_\_\_\_部, 讨论三角形的形状:

(1) 锐角三角形高在\_\_\_\_部

(2) 钝角三角形高在\_\_\_\_部

对于指明了三角形是直角三角形, 但没有指明哪条边是斜边, 也需要对\_\_\_\_的情况进行讨论:

(1) 斜边为已知边

(2) 斜边为未知边

### 例题

10. 已知一个直角三角形的两边长分别为3和4, 则第三边长的平方是( ).

A. 25

B. 14

C. 7

D. 7或25

### 练习

11. 若一直角三角形两边长分别为12和5, 则第三边长为( ).

A. 13

B. 13或 $\sqrt{119}$

C. 13或15

D. 15

### 例题

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = 15$ ,  $AC = 13$ , 高 $AD = 12$ , 则 $\triangle ABC$ 的周长是( ).

A. 42

B. 32

C. 42或32

D. 37或33

13.  $\triangle ABC$ 中,  $AB = 8$ ,  $AC = 5$ ,  $\angle B = 30^\circ$ , 则 $BC =$ \_\_\_\_\_.

### 练习

14. 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = \sqrt{34}$ ,  $AC = 5$ , 若 $BC$ 边上的高等于3, 则 $BC$ 边的长为\_\_\_\_\_.

15. 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = 2$ ,  $AC = \sqrt{2}$ ,  $\angle B = 30^\circ$ , 则 $BC$ 的长度为\_\_\_\_\_.

## 三、勾股定理与逆定理的综合运用

### 勾股定理、逆定理综合

勾股定理：

如果直角三角形的两条直角边长分别为 $a$ 、 $b$ ，斜边长为 $c$ ，那么

即直角三角形中\_\_\_\_\_。（文字）

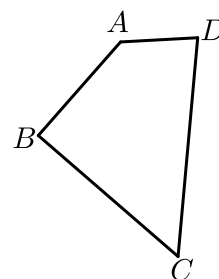
勾股定理逆定理：

如果三角形的三边长 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 满足\_\_\_\_\_，

那么这个三角形是\_\_\_\_\_。

### 例题

16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB:BC:CD:DA = 2:2:3:1$ ，且 $\angle B = 90^\circ$ 。

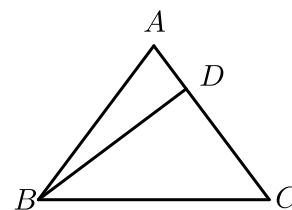


(1) 求 $\angle DAB$ 的度数。

(2) 若 $AB = 1$ ，求 $S_{\text{四边形}ABCD}$ 的值。

### 练习

17. 如图， $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = AC$ ， $D$ 是 $AC$ 上的一点， $CD = 9$ ， $BC = 15$ ， $BD = 12$ 。

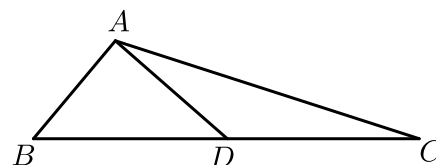


(1) 证明： $\triangle BCD$ 是直角三角形。

(2) 求： $\triangle ABC$ 的面积。

### 例题

18. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $D$ 是 $BC$ 的中点，若 $AB = 5$ ， $AC = 13$ ， $AD = 6$ ，则 $BC$ 的长为（ ）。



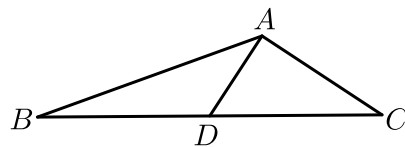
A.  $\sqrt{61}$ B.  $2\sqrt{61}$ 

C. 13

D. 12

### 练习

19. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ， $BC$ 边的中线 $AD = 2$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积（ ）。



A. 5

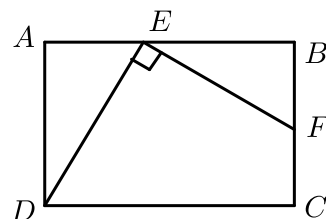
B. 6

C. 7

D. 8

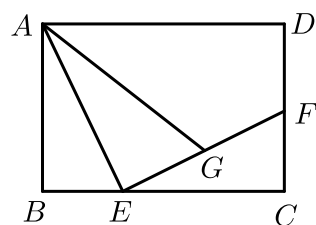
### 例题

20. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AE = BF = 3$ ， $EF \perp ED$ 交 $BC$ 于 $F$ ，若矩形的周长为22，则 $EF$ 的长为\_\_\_\_\_。



### 练习

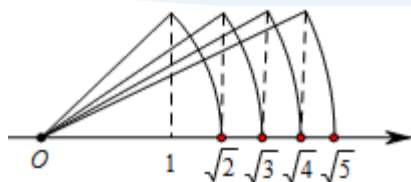
21. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 6$ ，点 $E$ 为边 $BC$ 上一点，且 $EC = 2BE$ ，点 $F$ 是 $CD$ 的中点，点 $G$ 为 $EF$ 的中点，则 $AG$ 的长为\_\_\_\_\_。



## 四、勾股定理表示无理数线段

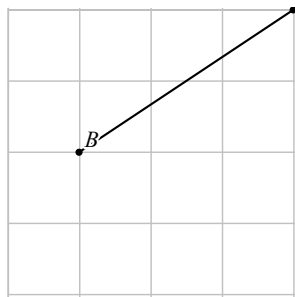
【思考】：

- ①如图，对于边长为1的直角三角形，其斜边长度为\_\_\_\_\_，以 $O$ 为圆心该长度为半径画弧，与数轴的交点表示的数为\_\_\_\_\_。



如果想在数轴上表示出 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 应该如何画出呢？

②如图，在边长为1的正方形网格中， $AB=$ \_\_\_\_\_.



如果想找出 $2\sqrt{5}$ 应该如何画出呢？

### 勾股定理表示无理数线段

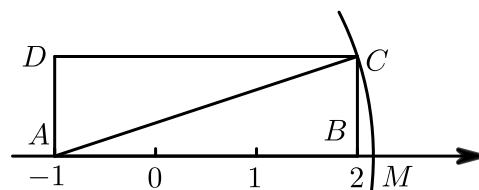
实数与数轴的关系：实数与数轴上的点是\_\_\_\_\_的.

在数轴上找表示无理数的点：有理数在数轴上较易找到它的对应点，若要在数轴上直接标出无理数对应的点较难，由此，我们可构造\_\_\_\_\_，利用\_\_\_\_\_来确定.

在网格中作无理数的线段：在格点图中作长度为无理数的线段时，通常利用直角边长为\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_三角形构造线段.

### 例题

22. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $AD=1$ ，点 $A$ ， $B$ 在数轴上，若以点 $A$ 为圆心，对角线 $AC$ 的长为半径作弧交数轴的正半轴于点 $M$ ，则点 $M$ 表示的数为（ ）.



- A.  $\sqrt{10}-1$       B.  $\sqrt{10}$       C.  $\sqrt{5}-1$       D.  $\sqrt{5}$

23. 如图，正方形网格中的每个小正方形的边长都是1，每个小格的顶点叫做格点.

(1) 在图1中以格点为顶点画一个面积为10的正方形.

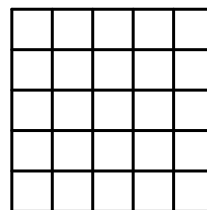


图 1

( 2 ) 在图2中以格点为顶点画一个三角形，使三角形三边长分别为2、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{13}$ 。

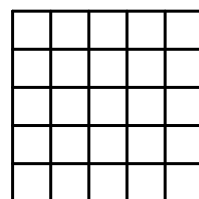


图 2

( 3 ) 如图3，点A、B、C是小正方形的顶点，求 $\angle ABC$ 的度数。

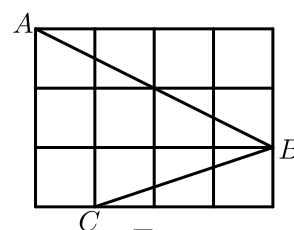
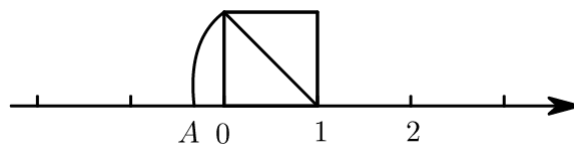


图 3

## 练习

24. 如图，以数轴的单位长度线段为边作一个正方形，以表示数1的点为圆心，正方形对角线长为半径画弧，交数轴于点A，则点A表示的数的是（ ）。



- A.  $-\sqrt{2}$       B.  $-1 + \sqrt{2}$       C.  $-1 - \sqrt{2}$       D.  $1 - \sqrt{2}$

25.  $\triangle ABC$ 中， $AB$ 、 $BC$ 、 $AC$ 三边的长分别为 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{13}$ ，求这个三角形的面积，小辉同学在解答这道题时，先建立一个正方形网格（每个小正方形的边长为1），再在网格中画出格点 $\triangle ABC$ （ $\triangle ABC$ 三个顶点都在小正方形的顶点处），如图所示，这样不需求 $\triangle ABC$ 的高，而借用网格就能计算出它的面积。

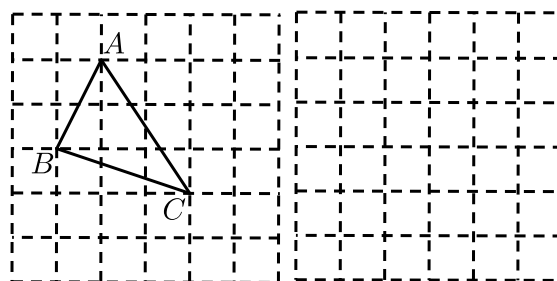


图 ①

图 ②



(1) 请你将 $\triangle ABC$ 的面积直接填写横线上\_\_\_\_\_.

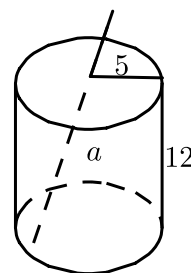
(2) 若 $\triangle ABC$ 三边的长分别为 $\sqrt{25m^2 + 4n^2}$ ,  $\sqrt{4n^2 + 16m^2}$ ,  $\sqrt{m^2 + 16n^2}$  ( $m > 0$ ,  $n > 0$  且  $m \neq n$ ), 运用构图法可求出这三角形的面积为\_\_\_\_\_.

## 五、勾股定理的实际应用

勾股定理的实际应用：将生活实际通过构造直角三角形,利用\_\_\_\_\_思想转化为数学问题.

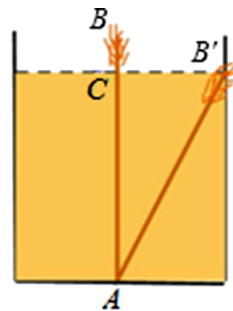
### 例题

26. 如图是一个圆柱形饮料罐,底面半径是5,高是12,上底面中心有一个小圆孔,则一条到达底部的直吸管在罐内部分 $a$ 的长度(罐壁的厚度和小圆孔的大小忽略不计)范围是( ).



- A.  $12 \leq a \leq 13$       B.  $12 \leq a \leq 15$       C.  $5 \leq a \leq 12$       D.  $5 \leq a \leq 13$

27. 如图,有一个水池,其底面是边长为16尺的正方形,一根芦苇 $AB$ 生长在它的正中央,高出水面部分 $BC$ 的长为2尺,如果把该芦苇沿与水池边垂直的方向拉向岸边,那么芦苇的顶部 $B$ 恰好碰到岸边 $B'$ ,则这根芦苇 $AB$ 的长是( ).



- A. 15尺      B. 16尺      C. 17尺      D. 18尺

### 练习

28. 将一根24cm的筷子置于底面直径为15cm,高为8cm的圆柱水杯中,设筷子露在杯子外面的长度为 $h$ cm,则 $h$ 的取值范围是( ).

- A.  $h \leq 17$       B.  $h \geq 8$       C.  $15 \leq h \leq 16$       D.  $7 \leq h \leq 16$

29.

小明想知道学校旗杆的高，他发现旗杆上的绳子垂到地面还多**1m**，当它把绳子的下端拉开**5m**后，发现下端刚好接触地面，则旗杆的高为 \_\_\_\_\_ **m** .